



МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
«БОЛЬШЕЕЛАНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА»

Согласовано:  
заместитель директора по УВР  
 Фаткулова Н.С.  
21 августа 2023 г.

Утверждено:  
директор МБОУ «Большееланская СОШ»  
 Серебров О.А.  
Приказ № 148 от 22 августа 2023 г.



**Рабочая программа**  
факультативного курса «Исследование функций элементарными  
средствами»  
для обучающихся 10 классов

Учитель информатики и математики Фефелова Любовь  
Степановна,  
высшая квалификационная категория

Программа рассмотрена на заседании ШМО  
Протокол № 5 от «29» мая 2023 г.

## **Пояснительная записка**

Рабочая программа факультативного курса 10 класса «Исследование функций элементарными средствами» составлена на основании следующих нормативно-правовых документов.

В методической схеме развития функциональной линии, общепринятой в современной школе, свойства функции в 7-9 классах устанавливаются по ее графику, т.е. на основе наглядных представлений, чаще всего на конкретных примерах, и лишь немногие устанавливаются аналитически, что частично обосновывается видами рассматриваемых в данный период функций. Однако расширение области изучаемых функций в старших классах, обозначает проблему, заключающуюся в трудностях построения графиков данных видов функций «по отдельным точкам», разрешение которой приводит к тому, что вводятся почти все свойства функций, причем исследование производится посредством аппарата математического анализа.

Таким образом, большой объем информации, перерабатываемой учениками за весьма небольшой временной промежуток, вызывает у них затруднения и, чаще всего, не понимание смысла выполняемых действий.

Кроме того, возникают сложности при изучении функционального метода решения уравнений и неравенств, в том числе и с параметрами, требующего владения базовыми умениями исследования функции элементарными средствами.

Предлагаемый нами курс позволяет внести весомый вклад в разрешение данных проблем.

Кроме того, данный курс выполняет развивающую функцию, т.к. имеет огромный потенциал для развития логического мышления учащихся, формирования исследовательских умений. Он создает так же условия для формирования таких ключевых компетенций как: познавательные, коммуникативные и информационные, которые имеют немаловажное значение как для дальнейшего овладения различными видами профильной деятельности, так и для дальнейшей профессиональной деятельности.

Новизна авторской разработки заключается в, предлагаемой автором, методике обучения исследования функции элементарными средствами.

Методологическими положениями для разработки являются теории интеграции и системно-деятельностного подходов.

## **Место курса в учебном плане. Цели изучения учебного курса**

Базисный учебный (образовательный) план на изучение факультативного курса «Исследование функций элементарными средствами» составлен на 35 часов. Занятия

планируется проводить по 1 академическому часу. Программа факультативного курса рассчитана на 1 год.

Курс изучается в 10 классе. Он предназначен для реализации в рамках углубленного изучения математики. Данный курс согласован с курсами «Задачи с параметром». В таком случае изучение нового содержания имеет богатые возможности для обобщения и повторения не только линии функции, но и материала линий уравнений и неравенств, линии тождественных преобразований и линии числа.

**Цель курса:** овладение аппаратом исследования функции элементарными средствами.

**Задачи курса:**

- владение знаниями, умениями и навыками исследования функций элементарными средствами;
- развитие исследовательских умений посредством формирования умений исследовать функцию элементарными средствами;
- формирование ответственности за самостоятельный выбор;
- развитие способностей к самопроверке;
- развитие мотивации к собственной учебной деятельности;
- развитие УУД.

Обоснуем рассмотрения данного курса в качестве средств развития универсальных учебных действий. Среди спектра развиваемых на данном курсе УУД, ведущими являются познавательные УУД:

- поиск и выделение необходимой информации: применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;
- структурирование знаний;
- осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме;
- выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели; извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров; определение основной и второстепенной информации; свободная ориентация и восприятие текстов художественного, научного, публицистического и официально-делового стилей; понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации;

- анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);
- синтез – составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;
- выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов;
- подведение под понятие, выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений;
- доказательство;
- выдвижение гипотез и их обоснование.

#### **Постановка и решение проблемы:**

- формулирование проблемы;
- самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера, что обусловлено спецификой организации учебного процесса, описанного ниже.

#### **Основные формы организации учебного процесса**

Изучение материала происходит по следующей схеме:

1. Постановка задачи →
2. Изучение посредством пособия учащимися самостоятельно (дома) заданного раздела →
3. Оценка самостоятельной работы учащихся в классе (диалог) →
4. Применение полученных знаний.

При таком подходе создаются достаточные условия для осуществления диалога, являющегося важнейшей формой личностно-ориентированного обучения. Так как, изучив материал самостоятельно, субъекты диалогового общения на уроке сохраняют интеллектуальное равноправие, обеспечивающее активную деятельность обучаемых, а также положительную мотивацию.

При этом доминантной формой учения является поисково-исследовательская деятельность учащихся, которая реализуется как при массовой или групповой работе, так и в ходе самостоятельной деятельности учащихся. Теоретический материал, изложенный в учебном пособии, изучается предварительно учащимися самостоятельно. При этом используются различные формы самостоятельной работы с целью более эффективного условия материала, такие как:

- восстановление пробелов по тексту;
- доведение рассуждений до конца;
- подбор примеров и контрпримеров;

- ответы на вопросы в тексте по мере его изучения;
- ответы на вопросы для самопроверки и т.п.

### **Критерии оценки успешности прохождения курса**

Для того чтобы оценить динамику усвоения учащимися материала, а также поставить учащихся перед необходимостью регулярно заниматься, важно, с точки зрения психологии, своевременно предоставить подростку достаточно объективную информацию об уровне его знаний и умений, об ожидающей его оценке. В связи с этим мы ориентируемся на следующие критерии, которые с нашей точки зрения, помогут учителю и учащемуся оценить успешность прохождения данного курса:

1. По мере прохождения программы для организации самоконтроля своей деятельности в каждый последующий раздел включены самостоятельные части, выполнение которых обязательно и предполагает овладение материалом, изложенным ранее. Таким образом, если возникают затруднения при выполнении того или иного задания, учащимся необходимо вернуться и вновь проработать ранее изложенные вопросы;
2. Объем заданий варьируется по усмотрению учителя в зависимости от уровня подготовленности школьников. Кроме того, ряд заданий дифференцируется по трем уровням сложности, причем уровень сложности определяется самостоятельно, что поможет учащимся оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы, а также выработки ответственности за индивидуальный выбор.

### **Формы проведения занятий**

Основной тип занятий – практикум. Для наиболее успешного усвоения материала планируются различные формы работы с учащимися: лекционные занятия, групповые, индивидуальные формы работы с использованием возможностей персонального компьютера.

### **Формы контроля**

Для текущего контроля на каждом занятии учащимся рекомендуется серия заданий, часть которых выполняется в классе, а часть – дома самостоятельно, с последующей проверкой учителем или на занятиях.

### **Организация и проведение аттестации учеников**

Целью аттестации является определение соответствия достигнутого учащимися результата ожидаемым.

Итоговый контроль осуществляется в форме зачета, включающего теоретическую и практическую компоненты. Теоретическая компонента освещена посредством системы вопросов для самопроверки, предложенная в учебном пособии.

### **Планируемые результаты.**

*Иметь представление:*

-о способах задания функций (аналитическом, графическом, табличном, словесном и др.);

-о кривых линиях обладающих свойствами асимптот.

*Знать определения понятий:*

- «функция»;
- «область определения функции»;
- «область значений функции»;
- «четная функция», «нечетная функция», «функция общего вида»;
- «возрастающая функции», «убывающая функция», «не возрастающая функция», «не убывающая функция»;
- «функция выпуклая вверх», «функция выпуклая вниз»;
- «точки экстремума», «точка максимума», «точка минимума», «экстремальные значения функции», «максимум функции», «минимум функции»;
- «асимптота графика функции», «вертикальная асимптота, «горизонтальная асимптота»;
- «периодическая функция»;

*Знать свойства:*

- четных функций;
- периодических функций;
- монотонных функций.

*Уметь:*

- находить область определения функции, заданной графически;
- находить область определения функции, заданной аналитически;
- находить область значения функции, заданной графически;
- применять приемы исследования функции, заданной аналитически, такие как:
- использование области значения известных функций;
- нахождение области значения сложных функции, на основе рассмотрения квадратных функций;
- путем составления обратной функции;

- использование теоремы о нахождении области значения функции;
- использование некоторых опорных неравенств.
- исследовать функцию на четность заданную графически;
- применять приемы исследования функций на четность заданных аналитически, таких как:
  - прием - «по определению»;
  - прием - по свойствам.

· применять приемы исследования функций на монотонность заданных аналитически, таких как:

- решение неравенства  $f(x_1) - f(x_2) > 0$  (по определению);
- решение неравенств  $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} > 1$
- прием обобщения;
- применение свойств монотонных функций.

-исследовать функцию на выпуклость, заданную аналитически;

-исследовать функцию на выпуклость, заданную графически;

-уметь находить экстремумы функции;

-уметь определять различные виды асимптот графика функций;

-определять промежутки знакопостоянства;

-применять приемы исследования функции на периодичность, таких как:

- прием - по определению;
- прием - по свойствам.

-применять приемы нахождения наибольших и наименьших значений функции, таких как:

- нахождение наибольшего и наименьшего значений квадратичной функции;
- использование некоторых опорных неравенств;
- применение некоторых вспомогательных утверждений;

-исследовать функцию в полном объеме.

*Иметь опыт работы направленный на развитие УУД:*

- понимать и интерпретировать тексты;
- выделять основной смысл текста, соотносить его со своим опытом, т.е. формировать свой личностный смысл;
- получать информацию и использовать ее для достижения целей и собственного развития;

- осуществлять рефлекссию своей деятельности, посредством определения уровня сложности контрольных заданий;
- действовать по алгоритму, а также составлять алгоритм;
- вести диалог, учитывая сходство и разницу позиций, взаимодействие с партнерами для получения общего результата и т.п.

## **Основное содержание курса**

### **1. Вводное занятие.**

Определение понятия «функция». Способы задания функции.

### **2. Область определения функции.**

Определение понятия «область определения функции». Нахождение области определения функции, заданной графически. Понятие «сложная», «составная» функции. Приемы исследования функций, заданных аналитически.

### **3. Область значений функции.**

Определение понятия «область значений функции». Нахождение области значений функции, заданной графически. Приемы исследования функции, заданной аналитически:

- использование области значений известных функций;
- нахождение области значений сложных функций, на основе рассмотрения квадратных функций;
- путем составления обратной функции;
- использование теоремы о нахождении области значений функции;
- использование некоторых опорных неравенств.

### **4. Четность (нечетность) функции.**

Определение понятий «четная функция», «нечетная функция», «функция общего вида». Исследование функции на четность, заданную графически. Приемы исследования на четность функции заданных аналитически:

- «по определению»;
- с использованием свойств.

### **5. Монотонность функции.**

Определение понятий «возрастающая функция», «убывающая функция», «не возрастающая функция», «не убывающая функция». Свойства монотонных функций. Связь четности (нечетности) и монотонности функций. Приемы исследования функции на монотонность:

- решение неравенства  $f(x_1) - f(x_2) > 0$  (по определению);
- решение неравенства  $\frac{f(x_1)}{f(x_2)} > 1$ ;



- прием обобщения;

Применение свойств монотонных функций.

### **6. Периодичность функции.**

Определение понятия «периодическая функция». Свойства периодических функций.

Приемы исследования функции на периодичность:

- прием – по определению;

- прием – по свойствам.

### **7. Выпуклость функции.**

Введение понятия «функция выпукла вверх», «функция выпукла вниз». Исследование на выпуклость аналитически заданных функций. Исследование на выпуклость функций, заданных графически.

### **8. Экстремумы функции.**

Введение понятий «точки экстремума», «точки максимума», «точки минимума», «экстремальное значение», «максимум функции», «минимум функции». Нахождение экстремальных значений функции  $y = f(x)$ , для которых уравнение вида  $f(x) = a$  сводится к квадратному относительно переменной  $x$ .

### **9. Асимптоты функции.**

Введение понятия «асимптота». Вертикальные асимптоты. Горизонтальные асимптоты. Кривые линии, обладающие свойством асимптот. Приемы отыскания данных видов асимптот.

### **10. Знакопостоянство.**

Определение понятия «промежутки знакопостоянства». Алгоритм отыскания промежутков знакопостоянства.

### **11. Наибольшее (наименьшее) значение функции.**

Понятие «наибольшее значение функции», «наименьшее значение функции». Приемы нахождения наибольших и наименьших значений функции:

-нахождение наибольшего и наименьшего значений квадратичной функции;

-использование некоторых опорных неравенств;

-применение некоторых вспомогательных утверждений.

### **12. Исследование функции в полном объеме.**

### **13. Зачет.**

## Тематическое планирование

(1 час в неделю) 10 класс

№	Содержание	Часы
1	Вводное занятие	1
2	Область определения функции.	1
3	Область значений функции.	4
4	Четность (нечетность) функции.	3
5	Монотонность функции	4
6	Периодичность функции	2
7	Выпуклость функции	2
8	Экстремумы функции	2
9	Асимптоты функции	4
10	Знакопостоянство	1
11	Наибольшее (наименьшее) значение функции	4
12	Исследование функции	4
13	Зачет	2
	Общее количество часов по программе	34

## Поурочное планирование

№ п/п	Наименование разделов, тем	Количество часов	Примечание	Дата	
				По плану	факт
1	Вводное занятие.	1			
2	Область определения функции.	1			
3	Область значений функции.	1			
4	Нахождение области значений функции.	1			
5	Нахождение области значений функции.	1			
6	Нахождение области значений функции.	1			
7	Четность (нечетность) функции.	1			
8	Четность (нечетность) функции (аналитический способ).	1			
9	Четность (нечетность) функции (графический способ).	1			
10	Определение понятий «возрастающая и «убывающая» функции.	1			
11	Свойства монотонных функций.	1			
12	Решение неравенства $f(x_1) - f(x_2) > 0$ (по определению).	1			
13	Применение свойств монотонных функций.	1			
14	Определение и свойства периодических функций.	1			
15	Приёмы исследования функции на периодичность.	1			
16	Введения понятия выпуклости функции.	1			

17	Исследование функций на выпуклость.	1			
18	Экстремумы функции.	1			
19	Экстремумы функции.				
20	Введение понятия «асимптота».	1			
21	Вертикальные асимптоты. Горизонтальные асимптоты. Наклонные асимптоты.	1			
22	Кривые линии, обладающие свойством асимптот.	1			
23	Приемы отыскания данных видов асимптот.	1			
24	Определение понятия промежутки знакопостоянства. Алгоритм отыскания промежутков знакопостоянства.	1			
25	Понятия «наибольшее значение функции», «наименьшее значение функции».	1			
26	Приемы нахождения наибольших и наименьших значений квадратичной функции.	1			
27	Приемы нахождения наибольших и наименьших значений функции с использованием некоторых опорных неравенств.	1			
28	Приемы нахождения наибольших и наименьших значений функции с применением некоторых вспомогательных утверждений.	1			
29	Исследование функций в полном объеме.	1			
30	Исследование функций в полном объеме.	1			

31	Исследование функций в полном объёме.	1			
32	Исследование функций в полном объёме.	1			
33	Зачёт.	1			
34	Зачёт. Итоговое занятие.	1			
	Общее количество часов по программе	34			

## Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

1. Борисова С.М. Нахождение области значения функции через введения параметра // Математика в школе. – 1995. - №5
2. Бычкова О.И, Курьякова Т.С. Исследование функции элементарными средствами: Учеб.пособие. – Иркутск: Изд-во ИГПУ,2003.
3. Дворянинов С.В. О построении графиков сложных функций на основе свойств монотонности // Математика в школе. – 1988. - № 4. С. 50-55.
4. Дворянинов С.В. Розов Н.Х. Дробно-квадратичная функция в школьном курсе математики //Математика в школе. – 1997. - № 4. С. 50-58.
5. Дворянинов С.В. Розов Н.Х. Некоторые замечания об изменении функции в школе //Математика в школе. – 1994. - № 5.
6. Мордкович А.Г. Алгебра. 7-11 классы.:Часть 1: учебники для общеобразовательных учреждений. 2009.
7. Шилов Г.Е. Что такое функция? // Математика в школе. – 2003. - № 1. С. 4.